PHƯƠNG PHÁP ÉP TÍCH

Phạm Quốc Đông

$$\frac{x^2+2x-8}{x^2-2x+3}=(x+1)\left(\sqrt{x+2}-2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2}-2\right)\left[(x+4)\sqrt{x+2}-\left(x^3-x^2-x-5\right)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2}-2\right)\left(\sqrt{x+2}-x+1\right)\left[(x+1)\sqrt{x+2}+x^2+x+3\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+2}=2\\ \sqrt{x+2}=x-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\end{array}\right.$$



EPTICH.COM

Quảng Bình

08/2015

LỜI MỞ ĐẦU

Trong tài liệu trước của tôi về **"phương pháp ép tích"** đa phần các bạn đã tiếp thu tốt và vận dụng tốt. Thế nhưng vẫn còn một số bạn chưa hiểu được nội dung phương pháp.

Chính vì thế, tôi sẽ tái bản lại phương pháp theo một cách mới. Chắc chắn với phiên bản này các bạn sẽ tiếp thu tốt và nó sẽ là một phương pháp nhỏ để các bạn đáng để học tập và rèn luyện phục vụ cho kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 đồng thời sẽ hỗ trợ cho các bạn học cấp THPT.

Như các bạn đã biết, **phương pháp ép tích** là việc biến đổi một phương trình hay một bất phương trình về các phương trình tích để từ đó giải các phương trình cơ bản. **Phương pháp ép tích** hoàn toàn dựa và việc các bạn tìm ra biểu thức ghép với căn thức phù hợp nhất, đồng thời áp dụng hằng đẳng thức cơ bản mà chúng ta đã được học ở chương trình lớp 7 để xử lí các phương trình. Công việc tìm biểu thức ghép với căn thức cũng chính là tìm biểu thức liên hợp như trong phương pháp liên hợp mà các bạn được học. Việc tìm biểu thức phù hợp để liên hợp sẽ được tôi phân tích và hướng dẫn cụ thể cho từng loại.

Thực chất của **phương pháp ép tích** cũng không có gì mới, nó tương tự như phương pháp liên hợp hay đặt ẩn phụ không hoàn toàn nhưng nó lại có những ưu việt riêng của nó. Và nó sẽ đáp ứng được tất cả phương trình chứa một căn thức một cách nhanh gọn. Việc chứng minh lượng còn lại cũng sẽ không còn phức tạp đối với **phương pháp ép tích**.

Cơ bản là vậy. Mong rằng tài liệu sẽ thực sự có ích cho bạn đọc. Dù đã tìm hiểu và nghiên cứu nhưng không thể tránh khỏi những thiếu sót nhất định. Cũng xin các bạn bỏ qua cho.

Trong quá trình đọc tài liệu nếu các bạn có thắc mắc hay góp ý xin gửi về

TÁC GIẢ

Phạm Quốc Đông – Email: quocdongqh@gmail.com - SĐT: 01698699020

I. CƠ SỞ PHƯƠNG PHÁP

Chúng ta biết rằng với phương trình có dạng:

$$\sqrt[n]{g(x)} + f(x) = 0$$

Có nghiệm tại $x = a$ và ta sẽ luôn đưa về được dạng $\sqrt[n]{g(x)} - h(x) = 0$

Khi đó phương trình sẽ tương đương: $\left[f(x) + h(x)\right] + \left[\sqrt[n]{g(x)} - h(x)\right] = 0$

Và điều đặc biệt là trong $f(x) + h(x)$ sẽ luôn chứa $g(x) - h^n(x)$

Nên khi đó ta sẽ phân tích $f(x) + h(x) = A(x)\left[g(x) - h^n(x)\right]$

Mà ta lại có: $g(x) - h^n(x) = B(x)\left(\sqrt[n]{g(x)} - h(x)\right)$

Như vậy với phương trình ban đầu ta sẽ luôn biến đổi về được:

$$A(x)B(x)\left(\sqrt[n]{g(x)} - h(x)\right) + \left(\sqrt[n]{g(x)} - h(x)\right) = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt[n]{g(x)} - h(x)\right)\left[A(x)B(x) + 1\right] = 0$$

Nếu $\left[A(x)B(x) + 1\right]$ vẫn còn nghiệm thì ta tiếp tục như trên. Nhưng nếu vô nghiệm thì việc chứng minh $\left[A(x)B(x) + 1\right]$ vô nghiệm là công việc không hề khó với những đánh giá cơ bản.

Ngoài lề: Ta luôn có

$$A(x) = \frac{f(x) + h(x)}{g(x) - h^n(x)}$$

Các đại lượng:

- $g(x)$ Là hàm có bậc nhỏ hơn bậc bốn
- $f(x)$ Là hàm có bậc nhỏ hơn bậc sáu
- $h(x)$ Là hàm bậc nhất, bậc hai hoặc là hằng số
- $A(x)$ Là hàm có bậc nhỏ hơn bậc ba
- $B(x)$ Là lượng liên hợp của $\sqrt[n]{g(x)} - h(x)$
- n Chỉ số căn, thường là căn bậc hai, căn bậc ba, căn bậc bốn

Trên đây là cơ sở nền tảng cho phương pháp.

II. HƯỚNG DẪN TÌM NGHIỆM VÀ NHÂN TỬ CHUNG

Vấn đề này có lẽ đã tràn lan trên mạng, ai học về **CASIO** để giải phương trình chắc đã đều biết. Chính vì vậy, tôi cũng không nói cụ thể vấn đề này.

1. Tìm và lưu nghiệm của phương trình

Bước	Nội Dung	Cách Bấm
1	Nhập biểu thức vào màn hình và nhấn =	
2	Nhấn "***Shift***" và "***SOLVE***"	SHIFT, SOLVE = CALC
3	Máy hiện "***Solve for X***" bạn chọn giá trị nghiệm trong khoảng. Rồi sau đó nhấn =	
4	Lưu nghiệm (ví dụ lưu vào biến A)	SHIFT, STO RCL, A (−)

Ví dụ: Giải phương trình

$$\sqrt{x+2} = 2x^2 + x - 8$$

Bước 1:

D Math ▲

$\sqrt{X+2}-(2X^2+X-8)$

Bước 2: Nhấn "***Shift***" và "***SOLVE***"

Bước 3:

D Math ▲
Solve for X
0

D Math ▲
$\sqrt{X+2}-(2X^2+X-8)$
X= 2
L−R= 0

Bước 4:

D Math ▲
X→A
2

2. Tìm nhân tử chung.

Thường thì ta sẽ sử dụng đối với những nghiệm vô tỷ. Bằng cách sử dụng chức năng ***TABLE*** của máy.

Lưu ý: Đối với máy fx – 570 VN Plus thì các bạn nên dùng một bảng thôi. Bỏ kích hoạt bảng $g(x)$ nhé!

Vào vấn đề chính, ở đây mình lưu nghiệm vào biến **A** nhé.

Bước 1: Nhập biểu thức: $A^2 + AX$ vào máy rồi nhấn " $=$ "

Bước 2: Máy hiện "***Start***?" Mình thường cho " $-$ **14**" cho nó đầy đủ, các bạn có thể nhập lớn hơn. Sau đó nhấn " $=$ "

Bước 3: Máy hiện "***End***?" tức là kết thúc ở đâu? Bạn nhập "**14**" hỳ. Cái này mình khuyên dùng. Sau đó nhấn " = "

Bước 4: Máy hiện "***Step***?" bạn nhập "**1**" vì mình tìm số nguyên mà. Rồi nhấn " = " .

Máy hiện một cái bảng. Bạn dò trong đó thấy ở cột $f(x)$ ra số nguyên thì lấy nhé!

Nhưng cái này cũng có hạn chế với nghiệm mà lẻ kiểu căn trong căn nhé

Và một điều quan trọng nữa! là ở **Bước 1** đôi khi ta phải tăng hệ số của A^2 lên nhé. Nhưng trường hợp này cũng ít khi gặp lắm.

Còn đây là ví dụ:

$$x^3 + x^2 = (x^2 + 1)\sqrt{x + 1} + 1$$

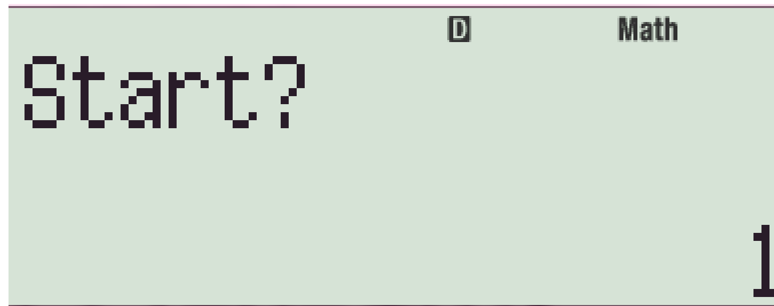
Dò nghiệm ta được nghiệm $x = 1.618 \ldots \ldots$ ta lưu vào **biến A**

D Math
X³+X²−(X²+1)√X+▶
X= 1.618033989
L−R= 0

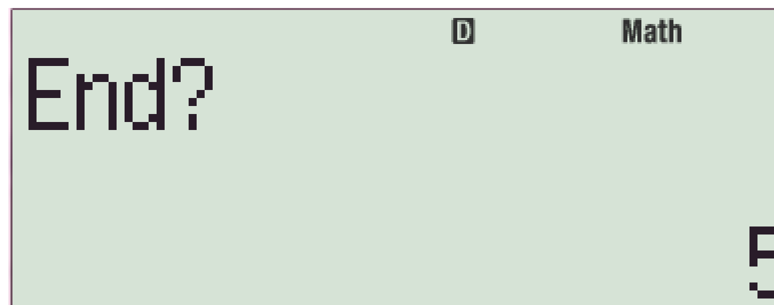
Bước 1:

D Math
f(X)=A²+AX

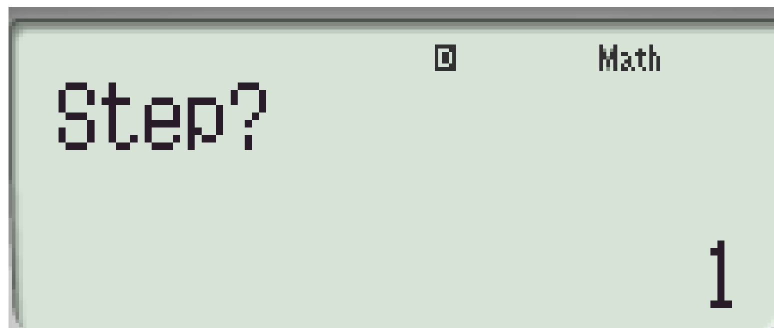
Bước 2:



Bước 3:



Bước 4:



Và **kết quả:**

	X	F(X)
13	-2	-0.618
14	-1	1
15	0	2.618

-1

Vậy nhân tử chung là: $x^2 - x - 1$

Có một số bạn thắc mắc rằng: **"Tại sao dựa vào cái bảng này chúng ta lại suy ra nhân tử chung như thế?"**

Rất đơn giản vì ban đầu chúng ta cho: $\boldsymbol{f(x) = A^2 + AX}$ (với **A** là giá trị nghiệm)

Giả sử ví dụ trên ta có $\boldsymbol{f(-1) = 1}$ hay $\boldsymbol{A^2 - A = 1 \Leftrightarrow A^2 - A - 1 = 0}$

Nên ta dễ dàng quy ra nhân tử chung là $\boldsymbol{x^2 - x - 1}$

Do A ở đây là giá trị nghiệm hay tức là biến $\boldsymbol{x}$ mà ta cần tìm.

III. HƯỚNG DẪN TÌM BIỂU THỨC LIÊN HỢP.

Vấn đề chính chủ yếu là nằm ở đây !!!!

Việc này ai học phương pháp liên hợp rồi chắc sẽ rất là thành thạo. Nhưng mình vẫn nhắc lại nhé.

1. Với phương trình một nghiệm nguyên.

Nếu là 1 nghiệm thì chủ yếu là ta sẽ thay thẳng vào $\sqrt{\ }$ xem ra giá trị nào rồi lấy $\sqrt{\ }$ trừ cho số đó.

Tuy nhiên trong một số trường hợp phương trình có nghiệm nguyên và nghiệm đó là nghiệm kép. **(cách phát hiện nghiệm kép thì mình chia sẽ rồi nhé! Có gì INBOX hỏi mình)**

Ta sẽ tìm biểu thức liên hợp như thế nào đây:

Rất đơn giản, ta luôn có $\boldsymbol{a} = \left(\sqrt{\ }\right)'$ khi có $\boldsymbol{a}$ rồi ta thay vào phương trình $\boldsymbol{ax + b} = \sqrt{\ }$ ta sẽ tìm ra $\boldsymbol{b}$

Thế là xong!!!

Đó là hướng dẫn. Bây giờ đi vào ví dụ cụ thể:

$$\sqrt{x+2} = 2x^2 + x - 8$$

Ta dễ dàng dò được nghiệm $\boldsymbol{x = 2}$

Ta sẽ có nhân tử là: $\sqrt{x+2} - 2$

Thêm ví dụ nữa….

$$2(x^2 - 9x + 10)\sqrt{x-1} + x^3 - 8x^2 + 6x + 85 = 0$$

Dễ thấy phương trình có nghiệm kép $\boldsymbol{x = 5}$

Vậy ta có: $\boldsymbol{a} = \left(\sqrt{x-1}\right)'$ tại $\boldsymbol{x = 5}$

D Math ▲

$$\frac{d}{dx}\left(\sqrt{X-1}\right)\Big|_{x=5}$$

0.25

Suy ra $\boldsymbol{a = \frac{1}{4}}$ Thay vào ta: $\boldsymbol{5.\frac{1}{4} + b = 2}$ Suy ra $\boldsymbol{b = \frac{3}{4}}$

Vậy ta sẽ có nhân tử: $\boldsymbol{\sqrt{x-1} - \left(\frac{x+3}{4}\right)}$

2. Với phương trình có hai nghiệm nguyên

Ta có biểu thức liên hợp có dạng: $\boldsymbol{ax + b = \sqrt{\quad}}$

Thay lần lượt giá trị của hai nghiệm đó vào căn rồi giải hệ bậc nhất hai ẩn ta sẽ tìm ra $\boldsymbol{a, b}$

Xem ví dụ nhé!!!

$$\boldsymbol{3\sqrt{x+1} = 3x^2 - 8x + 3}$$

Ta dễ dàng dò được nghiệm $\boldsymbol{x = 0}$ **và** $\boldsymbol{x = 3}$

Từ đó ta có hệ: $\boldsymbol{\begin{cases} 0a + b = 1 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = \frac{1}{3} \end{cases}}$

Vậy ta sẽ luôn có nhân tử: $\boldsymbol{\sqrt{x+1} - \left(\frac{x+3}{3}\right)}$

3. Với phương trình có hai nghiệm lẻ nhưng tích, tổng lại là số đẹp.

Điều đầu tiên đương nhiên là lưu hai nghiệm đó vào hai biến **A B** rồi.

Ta vẫn có biểu thức liên hợp có dạng $\boldsymbol{ax + b = \sqrt{\quad}}$

Và giải hệ tìm $\boldsymbol{a, b}$thôi

Để đơn giản ta sẽ nhập $\sqrt{\quad}$ vào màn hình rồi tính giá trị của $\sqrt{\quad}$ tại **A** ra kết quả ta lưu tại **C**. Tính tại **B** ra kết quả ta lưu tại **D**

Lúc đó ta có hệ phương trình: $\boldsymbol{\begin{cases} Aa + b = C \\ Ba + b = D \end{cases}}$ Thế là xong!!!

4. Có một nghiệm lẻ

Có lẻ cách tối ưu nhất đó là lại sử dụng **TABLE**

Nghiệm lưu vào biến A rồi nhé!!!!

Bước 1: Nhập biểu thức: $\sqrt{} + Ax$ vào máy rồi nhấn **“=”**

Bước 2: Máy hiện **“Start?”** Mình thường cho **“-14”** cho nó đầy đủ, các bạn có thể nhập lớn hơn. Sau đó nhấn **“=”**

Bước 3: Máy hiện **“End?”** tức là kết thúc ở đâu? Bạn nhập **“14”** hỳ. Cái này mình khuyên dùng. Sau đó nhấn **“=”**

Bước 4: Máy hiện **“Step?”** bạn nhập **“1”** vì mình tìm số nguyên mà. Rồi **nhấn “=”** .

Máy hiện một cái bảng. Bạn dò trong đó thấy ở cột **f(x)** ra số nguyên thì lấy nhé!

Trong một số trường hợp ta phải tăng hệ số của $\sqrt{}$

Cách này có thể thấy rằng tổng quát và bao trùm các cách trên. Nhưng mỗi cái sẽ có ưu nhược của riêng mình. Nếu có thời gian bạn thử xem tại sao mình nói thế nhé. Còn đây là ví dụ:

$$(x+4)\sqrt{x+2} = x^3 - x^2 - x - 5$$

Dò nghiệm ta được $X = 3.3$ … ..

D Math
(X+4)√(X+2)−(X³−)
X= 3.302775638
L−R= 0

Lưu nó vào **biến A** nhé !!!!!

Bước 1:

D Math

$f(X)=\sqrt{A+2}+AX$

Kết quả cuối cùng ta có cái bảng:

D Math

	X	F(X)
14	-1	-1
15	0	2.3027
16	1	5.6055

-1

Vậy ta luôn có nhân tử: $\sqrt{x+2}-(x-1)$

Đó là mình phân tích riêng. Trong một số phương trình nó bao trùm tất cả các nghiệm lẻ nguyên thì các bạn nên tư duy để cho ra cách làm tối ưu nhất nhé.

IV. ÁP DỤNG NHƯ THẾ NÀO????

Trước hết chúng ta sẽ điểm qua một số hằng đẳng thức thường sử dụng trong phương pháp này:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^4 - b^4 = (a+b)(a-b)(a^2+b^2)$$

Bài 1: Giải phương trình [0001]

$$(7x-9)\sqrt{7x-10} = 2x^3 - 7x^2 + 11x$$

Hướng đi:

Dò nghiệm ta được nghiệm là: $\{2; 5\}$

Vận dụng nhưng điều vừa học ở trên, ta dễ tìm ta biểu thức liên hợp là nghiệm hệ: $\begin{cases} 2a+b=2 \\ 5a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$

Vậy phương trình sẽ có nhân tử: $\sqrt{7x-10} - x$

Mặt khác ta luôn có:

$$\left(\sqrt{7x-10}-x\right)\left(\sqrt{7x-10}-x\right) = -(x^2-7x+10)$$

Cơ sở "ép tích" cũng là ở đây.

Lời giải:

Điều kiện : $x \geq \frac{10}{7}$

Phương trình tương đương:

$2x\left(x^2-7x+10\right)+(7x-9)\left(x-\sqrt{7x-10}\right)=0$

$\Leftrightarrow 2x\left(x-\sqrt{7x-10}\right)\left(x+\sqrt{7x-10}\right)+(7x-9)\left(x-\sqrt{7x-10}\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(x-\sqrt{7x-10}\right)\left(2x^2+7x-9+2x\sqrt{7x-10}\right)=0$

Do $2x^2+7x-9+2x\sqrt{7x-10}>0\forall x\geq\frac{10}{7}$

Phương trình tương đương: $\sqrt{7x-10}=x\Leftrightarrow x^2-7x+10=0\Leftrightarrow x=2\vee x=5$

Vậy $S=\{2;5\}$

Bài 2: Giải phương trình [0002]

$$(x+4)\sqrt{x+2}=x^3-x^2-x-5$$

Hướng đi:

Dò nghiệm ta được $X=3.3$ … ..

Sử dụng cách tìm biểu thức liên hợp ở trên. Ta dễ dàng tìm được phương trình sẽ có nhân tử $\sqrt{x+2}-(x-1)$

Mặt khác ta có:

$$\left(\sqrt{x+2}-(x-1)\right)\left(\sqrt{x+2}+(x-1)\right)=-(x^2-3x-1)$$

Lời giải:

Điều kiện: $x\geq-2$

Phương trình tương đương:

$x^3-2x^2-4x-1+(x+4)\left(x-1-\sqrt{x+2}\right)=0\Leftrightarrow(x+1)\left(x^2-3x-1\right)+(x+4)\left(x-1-\sqrt{x+2}\right)=0$

$\Leftrightarrow(x+1)\left(x-1-\sqrt{x+2}\right)\left(x-1+\sqrt{x+2}\right)+(x+4)\left(x-1-\sqrt{x+2}\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(x-1-\sqrt{x+2}\right)\left((x+1)\sqrt{x+2}+x^2+x+3\right)=0$

Ta có: $(x+1)\sqrt{x+2}+x^2+x+3>0\ \forall x\geq-2$

Phươn trình tương đương: $x-1=\sqrt{x+2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq1\\x^2-3x-1=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$

Vậy $S=\left\{\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$

Bài 3: Giải phương trình: [0003]

$$10x^2 + 3x - 6 - 2(3x+1)\sqrt{2x^2-1} = 0$$

Hướng đi:

Dò nghiệm ta được $X = 1.39 \ldots\ldots$ lưu vào biến A nhé!

Và nghiệm $X = -0.82 \ldots\ldots$ lưu vào biến B nhé!

Và còn nghiệm $X = 0.72 \ldots\ldots$ lưu vào biến C nhé!

Nhận thấy: $\begin{cases} A + B = lẻ \\ AB = -\frac{8}{7} \end{cases}$

Nhưng để ý rằng: $7(A+B) = 4$

Ta có thể tìm nhân tử bằng cách giải hệ theo cách ở mục III.3

Và ta dễ dàng giải ra: $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$

Bây giờ ta có thể tìm dựa vào TABLE (Mục III.4 nhé!!!)

Ta dễ thấy với $X = 1.39 \ldots\ldots$ thì ta được: $2\sqrt{2x^2-1} - (x+2)$

Ở đây ta phải tăng hệ số ở $\sqrt{2x^2-1}$ lên 2

Với $X = -0.82 \ldots.$ ta cũng tìm được: $2\sqrt{2x^2-1} - (x+2)$

Riêng với $X = 0.72 \ldots\ldots$ thì ta tìm được: $2\sqrt{2x^2-1} - (2x-1)$

Đến đây ta có thể phân tích theo hai hướng, tôi sẽ phân tích theo một hướng các bạn thử phân tích theo hướng kia nhé!!!

Mặt khác ta luôn có:

$$\left(2\sqrt{2x^2-1} - (x+2)\right)\left(2\sqrt{2x^2-1} + (x+2)\right) = 7x^2 - 4x - 8$$

Lời giải:

Điều kiện: $x \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$

Phương trình tương đương:

$$7x^2 - 4x - 8 + (3x+1)\left(x + 2 - 2\sqrt{2x^2 - 1}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x+1)\left(x + 2 - 2\sqrt{2x^2 - 1}\right) - \left(x + 2 - 2\sqrt{2x^2 - 1}\right)\left(x + 2 + 2\sqrt{2x^2 - 1}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + 2 - 2\sqrt{2x^2 - 1}\right)\left[(3x+1) - \left(x + 2 + 2\sqrt{2x^2 - 1}\right)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + 2 - 2\sqrt{2x^2 - 1}\right)\left(2x - 1 - 2\sqrt{2x^2 - 1}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\sqrt{2x^2 - 1} = x + 2 \\ 2x - 1 = 2\sqrt{2x^2 - 1} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 7x^2 - 4x - 8 = 0 \\ 4x^2 + 4x - 5 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{7} \\ x = \frac{-1 + \sqrt{6}}{2} \end{array}\right.$$

Thử lại ta được nghiệm của phương trình là:

$$S = \left\{\frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{7}; \frac{-1 + \sqrt{6}}{2}\right\}$$

Bài 4: Giải phương trình [0004]

$$2x^2 + 5x - 1 = 7\sqrt{x^3 - 1}$$

Hướng đi:

Dò nghiệm ta được nghiệm: $X = 6.449 \ldots ..$ (lưu vào A) và $X = 1.55 \ldots$ (Lưu vào B).

Òa!!! nhận thấy: $\begin{cases} AB = 10 \\ A + B = 8 \end{cases}$ => Nhân tử sẽ có là: $x^2 - 8x + 10 = 0$.

Nói chứ cũng chẳng để làm gì :D!!!

Có lẽ ta nên tìm biểu thức liên hợp bằng cách giải hệ:

$\begin{cases} Aa + b = C \\ Ba + b = D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \end{cases}$ (cách này trình bày rồi nhé!!!)

Ngoài ra bạn cũng có thể tìm thông qua TABLE ☺

Dễ dàng biết sẽ có nhân tử là: $\sqrt{x^3 - 1} - (3x - 3)$

Ta sẽ luôn có:

$$\left(\sqrt{x^3 - 1} - (3x - 3)\right)\left(\sqrt{x^3 - 1} + (3x - 3)\right) = x^3 - 9x^2 + 18x - 10$$
$$= (x - 1)(x^2 - 8x + 10)$$

Có điều là ta nhận thấy biểu thức cần liên hợp sẽ có bậc ba. Nhưng biểu thức ngoài chỉ có bậc hai. Vậy bây gờ chúng ta phải làm sao???

Rất đơn giản. Ta sẽ lấy $x^3 - 9x^2 + 18x - 10$ chia cho biểu thức bậc hai đó xem dư bao nhiêu. Thì ta sẽ lấy biểu thức dư đó nhân cả hai vế. Còn về cách trình bày thì chung ta nên sử dụng dấu => rồi sau đó thử lại nghiệm. Tất nhiên phải loại nghiệm mà ta cần nhân thêm rồi….

Lời giải:

Điều kiện: $x^3-1\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$

Phương trình tương đương:

$$2\left(x^2-8x+10\right)-7\left[\sqrt{x^3-1}-(3x-3)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x^2-8x+10\right)(x-1)-7(x-1)\left[\sqrt{x^3-1}-(3x-3)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow 2\left[\sqrt{x^3-1}-(3x-3)\right]\left[\sqrt{x^3-1}+(3x-3)\right]-7(x-1)\left[\sqrt{x^3-1}-(3x-3)\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\sqrt{x^3-1}-(3x-3)\right]\left(2\sqrt{x^3-1}-x+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x^3-1}=3x-3\\ 2\sqrt{x^3-1}=1-x\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-1)\left(x^2-8x+10\right)=0\\ (x-1)\left(4x^2+5x+5\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=4\pm\sqrt{6}\end{array}\right.$$

Thử lại, ta thu được nghiệm của phương trình là:

$$S=\left\{4\pm\sqrt{6}\right\}$$

V. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Giải các phương trình sau:

Mã 0010: $\left(4x^2-x-7\right)\sqrt{x+2}=10+4x-8x^2$

Mã 0011: $x^3-2x^2+3x+3\sqrt{10-x^2}=11$

Mã 0012: $15x^2+12x+12=10(2x+1)\sqrt{x^2+3}$

Mã 0013: $x^2+5x=4\left(1+\sqrt{x^3+2x^2-4x}\right)$

Mã 0014: $1+3x=\left(x-x^2\right)\left(5+\sqrt{15+6x-9x^2}\right)$

Mã 0015: $(2x+2)\sqrt{x^2+x+2}=x^2+5x+2$

Mã 0016: $x^3+\sqrt{x^3}=(x+4)(x+5)$

Mã 0017: $x^2+6x+1=(2x+1)\sqrt{x^2+2x+3}$

Mã 0018: $8x^2+3x+\left(4x^2+x-2\right)\sqrt{x+4}=4$

Mã 0019: $4x^2-3x=(x+2)\sqrt{2x^2+2x-1}$

Mã 0020: $\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-2x+3}=(x+1)\left(\sqrt{x+2}-2\right)$

Mã 0021: $(5x-16)\sqrt{x+1}=\sqrt{x^2-x-20}\left(5+\sqrt{5x+9}\right)$

Mã 0022: $\left(6x^2+12x-6\right)\sqrt{2x-1}=x^3+22x^2-11x$

Mã 0023: $6x^3+15x^2+x+1=(3x^2+9x+1)\sqrt{x^2-x+1}$